

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
(повне найменування вищого навчального закладу)

Факультет математики та інформатики

(назва інституту / факультету)

Кафедра математичного моделювання

(назва кафедри)

СИЛАБУС

навчальної дисципліни

Математичне моделювання систем і процесів

(назва навчальної дисципліни)

обов'язкова

(вказати: обов'язкова / вибіркова)

Освітньо-наукова програма Прикладна математика

(назва програми)

Спеціальність 113 Прикладна математика

(вказати: код, назва)

Галузь знань 11 – Математика та статистика

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти третій (освітньо-науковий)

(вказати: перший бакалаврський/другий магістерський)

Факультет математики та інформатики

(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання українська

(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Розробники: Черевко Ігор Михайлович, завідувач каф. мат. мод., доктор. фіз.-мат. наук, професор

(П.І.Б. авторів, посада, науковий ступінь, вчене звання)

Профайл викладача: <http://matmod.fmi.org.ua/pro-kafedru/spivrobotnyky/cherevko-igor-myhailovych/>

Контактний тел.: (0372) 58-48-25

E-mail: i.cherevko@chnu.edu.ua

Сторінка курсу в Moodle: <http://e-learning.fpm.chnu.edu.ua/course/view.php?id=39>

Консультації: Онлайн-консультації: Понеділок 14-30-15-30
Очні консультації: за попередньою домовленістю.

1. Анотація дисципліни (призначення навчальної дисципліни).

При вивченні дисципліни будуть розглянуті теоретичні та практичні основи математичного моделювання динамічних систем та процесів. Математичне моделювання – потужний інструмент розв'язання технічних, інженерних і наукових проблем, що ґрунтуються на використанні математичних моделей.

Математичне моделювання передбачає опис досліджуваних явищ, процесів, систем різної фізичної природи мовою математичних співвідношень. Клас математичної моделі визначається постановкою завдання та метою дослідження, а також рівнем знань експериментатора про об'єкт, що моделюється. Тому основними завданнями вивчення дисципліни «Математичне моделювання процесів та систем» є підготовка спеціалістів, які володіють фаховими навичками використання методів системного аналізу у дослідженні економічних та технічних систем за допомогою математичних моделей із застосуванням ЕОМ.

Для побудови математичних моделей доцільно проводити первинний статистичний аналіз даних, висувати гіпотези та оцінювати їх на основі зібраних даних. Прикладний аналіз даних служить базою прийняття управлінських рішень. На сучасному етапі його значимість значно зросла у зв'язку із величезним обсягом інформації, який необхідно проаналізувати.

Математичними моделями багатьох фізичних і технічних процесів є диференціально-функціональні рівняння. Такі рівняння виникають у теорії оптимального керування, при моделюванні біологічних та екологічних процесів, прикладних задач теорії оптимального керування та хімічної кінетики.

Незважаючи на наявність великої кількості наукових робіт, в яких вивчаються диференціально-функціональні рівняння існують питання, які вивчені досить мало. До них відносяться, зокрема, задачі про існування та побудову методів знаходження розв'язків початкових та крайових задач, оскільки на даний час немає універсальних методів їх розв'язання.

Планується розглянути схеми апроксимації розв'язків для нових класів диференціально-функціональних рівнянь із запізненням та нейтрального типу. Розглянуто застосування схем апроксимації для знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів і запропоновано методу побудови областей стійкості лінійних диференціальних рівнянь з багатьма відхиленнями аргументу.

Для реалізації завдань курсу студенти будуть розробляти прикладне програмне забезпечення для модельних початкових і крайових задач для диференціально-різницевих рівнянь та інтегро-диференціальних рівнянь із запізненням та нейтрального типу.

У процесі вивчення дисципліни студенти набудуть компетентностей для розв'язування задач в галузі дослідницької діяльності та генерування нових ідей при використанні математичних методів та інформаційних технологій.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою та завданнями дисципліни “Математичне моделювання систем і процесів” є вивчення задач, що пов'язані із етапами обробки даних, побудовою та оцінкою математичних моделей експериментальних даних, дослідженням існуванням розв'язку початкових та крайових задач для систем із запізненням, аналіз властивостей їх стійкості та періодичності; реалізація точних та наближених методів побудови розв'язків; розвиток уміння застосовувати на практиці методи системного аналізу, методи математичного та інформаційного моделювання для побудови та дослідження моделей об'єктів і процесів; розвивати вміння написати наукову статтю (доповідь) на державній та/або іноземній мові з використанням наукової та навчальної літератури з системного аналізу та комп'ютерних наук, довідників, словників, документів та іншої науково-технічної інформації, з дотримання норм авторського права

Знання і досвід, набуті в цьому курсі, будуть корисними в майбутній практичній діяльності студентів при моделюванні на ЕОМ математичних моделей, що описуються диференціально-функціональними рівняннями.

Дисципліна формує такі компетентності за ОП:

ЗК 01. Здатність до інтелектуальної творчої діяльності, спрямованої на одержання нових знань, абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК 09. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК 11. Здатність опанувати нові методи дослідження сучасних прикладних задач.

ЗК 12. Здатність будувати і досліджувати детерміновані і стохастичні моделі прикладних задач

ФК 02. Здатність до створення адекватних математичних моделей на основі положень наукових теорій та відомостей про об'єкт дослідження.

ФК 03. Здатність досліджувати побудовані математичні моделі та визначати рамки їх застосування.

ФК 06. Здатність застосовувати математичні моделі для дослідження складних процесів у природничих, технічних, економічних і соціальних системах.

ФК 11. Здатність складати науково-технічну документацію, публікувати результати досліджень у фахових виданнях та виданнях, що індексуються у міжнародних наукометричних базах даних.

3. Пререквізити. Вказуються дисципліни чи сертифіковані курси, які здобувач вищої освіти має вивчити до початку або разом із цією дисципліною, що підвищує ефективність засвоєння курсу.

Диференціальні рівняння, Обчислювальні методи, Програмування, Програмування та підтримка Веб-застосунків, Аналіз даних.

4. Результати навчання

знати основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу;

вміти застосовувати основні поняття та твердження з програмного матеріалу даного курсу при побудові та дослідженні прикладних процесів, що описуються диференціально-функціональними рівняннями; розробляти та аналізувати математичні моделі природничих, техногенних, економічних і соціальних об'єктів та процесів; використовувати методологію системного аналізу для прийняття рішення в складних системах різної природи; використовувати існуюче та створювати власне програмне забезпечення із використанням мов програмування для моделювання та проведення системних досліджень складних систем тощо; моделювати, прогнозувати та проектувати бізнес-процеси підприємства на основні методів та інструментальних засобів системного аналізу.

Наведені результати навчання за відповідною дисципліною співвідносяться із такими **програмними результатами навчання:**

ПРН 01. Знати на поглибленому рівні фундаментальні моделі, методи та алгоритми прикладної математики.

ПРН 02. Демонструвати впевнене володіння принципами та методологією математичного моделювання.

ПРН 03. Уміти обґрунтовувати вибір математичної моделі на основі інтелектуального аналізу даних про об'єкт дослідження та наявного спектру моделей.

ПРН 04. Уміти розробляти методики та обчислювальні алгоритми математичного та комп'ютерного моделювання складних природничих, технічних, економічних і соціальних систем.

ПРН 05. Уміти розробляти програмне забезпечення для реалізації алгоритмів моделювання складних систем і процесів.

ПРН 12. Уміти оформляти науково-технічну документацію, кваліфіковано викладати результати досліджень у наукових публікаціях.

В результаті вивчення дисципліни аспірант повинен

ЗНАТИ:

- основні теоретичні і практичні принципи, форми, методи, прийоми статистичної обробки чисельних даних, зокрема результатів експерименту із застосуванням ЕОМ;

- особливості історичного процесу виникнення ДФР;
- основні досягнення українських математиків та представників Чернівецького університету, які досліджували ДФР;
- означення та класифікацію ДФР, постановку початкової задачі;
- властивості розв'язків лінійних диференціально-різницевих рівнянь;
- методику наближеного розв'язання початкових задач із запізненням;
- постановку та достатні умови існування розв'язків крайових задач для рівнянь із запізненням.

ВМІТИ:

- застосовувати статистичні методи для розв'язання задач практичного змісту при моделюванні на ЄОМ різноманітних прикладних процесів та аналізі експериментальних даних.
- застосовувати метод кроків знаходження розв'язку початкової задачі;
- виписувати характеристичні квазіполіноми аналізувати розміщення їх коренів;
- досліджувати на стійкість лінійні ДРР методом Д-розбиття та за першим наближенням;
- знаходити періодичні розв'язки в критичному та некритичному випадках;
- визначати і класифікувати математичні моделі із запізненням;
- знаходити розв'язки крайових задач для рівнянь із запізненням методом кроків.

Форма навчання (вид звітності): 1 рік аспірантури; вид звітності - іспит

5. Опис навчальної дисципліни

5.1. Загальна інформація

| Форма навчання | Рік підготовки | Семестр | Кількість | | Кількість годин | | | | | | Вид підсумкового контролю |
|----------------|----------------|---------|-----------|-------|-----------------|-----------|-------------|-------------|-------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | кредитів | годин | лекції | практичні | семінарські | лабораторні | самостійна робота | індивідуальні завдання | |
| Денна | 5 | 9 | 4 | 120 | 15 | – | – | 15 | 90 | – | екзамен |
| Заочна | | | | | | | | | | | |

5.2. Структура навчальної дисципліни

| Назви змістових модулів і тем | Кількість годин | | | | | |
|--|-----------------|--------------|-----|-----|------|----|
| | денна форма | | | | | |
| | усього | у тому числі | | | | |
| л | | п/с | лаб | інд | с.р. | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Змістовий модуль 1. <i>Математичне моделювання та аналіз даних</i> | | | | | | |
| Тема. 1. Вступ. Наукове програмування. | 10 | 1 | | | | 9 |
| Тема. 2. Моделювання псевдовипадкових чисел. | 20 | 2 | | 2 | | 16 |
| Тема. 3. Попередня обробка експериментальних даних. Дослідження законів розподілу експериментальних даних | 20 | 2 | | 2 | | 16 |
| Разом за змістовим модулем 1 | 50 | 5 | | 4 | | 41 |
| Змістовий модуль 2 <i>Математичне та комп'ютерне моделювання</i> | | | | | | |

| | | | | | |
|--|-----|----|----|--|----|
| <i>динамічних систем з післядією.</i> | | | | | |
| Тема 4. Означення і класифікація диференціальних рівнянь з аргументом що відхиляється. Постановка початкової задачі для диференціальних рівнянь із запізненням. Метод кроків розв'язування початкової задачі. | 20 | 4 | 4 | | 12 |
| Тема 5. Наближені методи розв'язування диференціально-різницевого рівнянь. | 20 | 2 | 3 | | 15 |
| Тема 6 Алгоритми апроксимації диференціально-різницевого рівнянь. Алгоритми знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів та дослідження стійкості систем із запізненням. Моделювання областей стійкості систем із запізненням. | 20 | 3 | 4 | | 13 |
| Тема 7. Моделі із запізненням. Післядія в біологічних, екологічних та економічних системах. Модель економічного росту із врахуванням запізнення віддачі інвестицій. | 10 | 1 | | | 9 |
| Разом за змістовим модулем 2 | 70 | 10 | 11 | | 49 |
| | 120 | 15 | 15 | | 90 |

6. Зміст завдань для самостійної роботи

| № | Назва теми |
|----|--|
| 1 | Моделювання псевдовипадкових чисел |
| 2 | Дослідження законів розподілу експериментальних даних. |
| 3 | Алгоритми та засоби видалення аномальних даних |
| 4 | Класифікація диференціально-різницевого рівнянь, ознаки класів та приклади |
| 5 | Початкова задача для рівняння із запізненням та нейтрального типу. |
| 6 | Як визначити початкову множину для одного і кількох сталих запізнень? |
| 7 | Яке означення початкової множини для змінного запізнення? |
| 8 | Схема методу кроків для знаходження розв'язків початкової задачі. |
| 9 | Розміщення коренів квазіполіномів рівнянь із запізненням та нейтрального типів. |
| 10 | Основні означення стійкості розв'язків рівнянь із запізненням. |
| 11 | Схема методу Д-розбиття для простіших типівДФР. |
| 12 | Періодичні розв'язки ДРР зі сталими коефіцієнтами. |
| 13 | Яка геометрична інтерпретація крайової задачі для рівнянь із запізненням? |
| 14 | Які біологічні, екологічні чи економічні процеси приводять до математичних моделей із запізненням? |
| 15 | Чому при збільшенні запізнення віддачі інвестицій зменшується темп росту економіки? |
| 16 | Чому різницеві схеми високого порядку не застосовують для розв'язання початкових задач для диференціально-різницевого рівнянь? |
| 17 | Як записати різницевоу схему Ейлера для початкової задачі із запізненням? |
| 18 | Алгоритм реалізації різницевої схеми Ейлера для рівняння із ірраціональним запізненням. |
| 19 | Ідея апроксимації рівнянь із запізненням системами звичайних диференціальних рівнянь. |

| | |
|----|---|
| 20 | Наближене обчислювати неасимптотичних коренів квазіполіномів. |
|----|---|

6. Система контролю та оцінювання

Види та форми контролю

1. Поточний (захист командних проєктів, опитування теоретичного матеріалу)
2. Модульний (контрольні роботи)
3. Підсумковий (екзамен)

Засоби оцінювання:

- контрольні роботи;
- командні проєкти;
- аналітичні звіти про виконання індивідуальних завдань та самостійної роботи.

Критерії оцінювання результатів навчання з навчальної дисципліни

Система оцінювання рівня навчальних досягнень ґрунтується на принципах ECTS та є накопичувальною. На протязі семестру студенти виконують дві контрольні роботи та ІНДЗ. Кожна контрольна робота оцінюється максимум 20 балами, а виконання ІНДЗ оцінюється максимум 30 балами. Підсумковим контролем з дисципліни є усний іспит.

Екзаменаційний білет містить три питання, з яких два питання теоретичні і одне практичне.

1. Повна відповідь на кожне питання оцінюється 10 балами.
2. За кожну помилку, яка допущена у відповіді, знімається певна кількість балів, а саме:
 - а) при відповіді на теоретичне питання у випадку неістотної помилки знімається 1-2 бали, а у випадку істотної 3-5 балів, якщо ж студент не опанував теоретичний матеріал дисципліни, плутається в означеннях, наводить логічно невірні твердження, то знімається до 10 балів;
 - б) при оцінці практичного завдання за помилку, допущену при перетвореннях, знімається 1-2 бали; за істотну помилку, яка привела до неправильної відповіді, знімається 3-5 балів; якщо ж розв'язання задачі логічно неправильне, то знімається до 10 балів.
3. Максимальна кількість, яку можна набрати на підсумковому модулі (екзамені) 30 балів.
4. Підсумкова оцінка виставляється за результатами суми балів набраних на змістовних модулях під час семестру та підсумковому модулі (екзамені) згідно таблиці

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

| Оцінка за національною шкалою | Оцінка за шкалою ECTS | |
|-------------------------------|-----------------------|---|
| | Оцінка (бали) | Пояснення за розширеною шкалою |
| Відмінно | A (90-100) | відмінно |
| Добре | B (80-89) | дуже добре |
| | C (70-79) | добре |
| Задовільно | D (60-69) | задовільно |
| | E (50-59) | достатньо |
| Незадовільно | FX (35-49) | (незадовільно) з можливістю повторного складання |
| | F (1-34) | (незадовільно) з обов'язковим повторним курсом |

7. Рекомендована література

Основна:

1. Бахрушин В.Є. Математичні основи моделювання систем: Навчальний посібник для студентів. - Запоріжжя: Класичний приватний університет. –2009. – 286 с.
2. Benjamin Smith. *Data Analytics: A Comprehensive Beginner's Guide To Learn About The Realms Of Data Analytics From A-Z Independently Published.* – 2020. – 154 p.
3. Edward L. Robinson. *Data Analysis for Scientists and Engineers* Princeton University Press.– 2016.– 408 p.
4. Kolmanovskii V., Myshkis A. *Introduction to the theory and applications of functional-differential equations.* – Kluwer, 1999. – 648 p
5. Bellen A, Zennaro M. *Numerical methods for delay differential equations.* – Oxford University Press, 2003. – 395 p.
6. Ляшенко І. М. Моделювання біологічних та екологічних процесів : навчальний посібник / І. М. Ляшенко, А. П. Мукоєд. – К. : Київський ун-т, 2002. – 340 с.
7. Фодчук В.І., Бігун Я.Й., Клевчук І.І., Черевко І.М., Якімов І.В. Регулярно і сингулярно збуджені диференціально-функціональні рівняння. – К.: Ін-т математики НАН України, 1996. – 210 с.

Додаткова

1. Forrest-Owen O. *Mathematical Modelling and it's Applications in Biology, Ecology and Population Study.* – University of Chester, United Kingdom, 2016. –124 p.
2. Schiesser W.E. *Time Delay ODE/PDE Models. Applications in Biomedical Science and Engineering.* – Boca Rona, 2019. – 250 p
3. Kuang Jiaoxun, Cong Yuhao. *Stability of numerical methods for delay differential equations.* Elsevier, 2007. – 295 p.
4. Halanay A. *Differential equations. Stability. Oscillations. Time Lags.* – New York ; London: Acad. Press, 1968. – 528 p
5. J.K. Hale: *Theory of Functional Differential Equations, Applied Mathematics Sciences 3,* Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977.
6. Матвій О.В., Черевко І.М. Про апроксимацію систем із запізненням та їх стійкість. Нелінійні коливання. 2004. Т. 7, №2. С. 208-216
7. Cherevko I., Dorosh A. Existence and Approximation of a Solution of Boundary Value Problems for Delay Integro-Differential Equations. *J. Numer. Anal. Approx. Theory.* 2015. Vol. 44, №2. P. 154-165.
8. Tuzyk I., Cherevko I. Algorithms for studying the stability of linear systems with many delay. 12th International Conference on Advanced Computer Information Technologies, 26-28 September 2022, Spišsk'a Kapitula, Slovakia. P. 164-167.
9. Piddubna L. A., Cherevko I. M. Approximations of differential-difference equations and calculations of nonasymptotic roots of quasipolynomials. *Revue d'analyse numerique et de theorie de l'approximations.* 1999. Vol. 28, №1. P. 15-21.

Електронні ресурси

1. <http://e-learning.fpm.chnu.edu.ua/course/view.php?id=39>