

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Факультет математики та інформатики
Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету математики
та інформатики

_____ (Мартинюк О.В.)
(підпис) (прізвище, ініціали)

“ _____ ” _____ серпня _____ 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни

Числові методи

(назва навчальної дисципліни)

Обов’язкова навчальна дисципліна

(вказати: обов’язкова / вибіркова)

Освітньо-професійна програма _____ **Технології програмування та комп’ютерне моделювання**

(назва програми)

Спеціальність _____ **113 – Прикладна математика**

(вказати: код, назва)

Галузь знань _____ **11 – Математика та статистика**

(вказати: шифр, назва)

Рівень вищої освіти _____ **перший (бакалаврський)**

(вказати: перший бакалаврський/другий магістерський)

Факультет математики та інформатики

(назва факультету/інституту, на якому здійснюється підготовка фахівців за вказаною освітньо-професійною програмою)

Мова навчання _____ **українська**

(вказати: на якій мові читається дисципліна)

Робоча програма _____ із обов'язкової навчальної дисципліни

Числові методи

(назва навчальної дисципліни)

Розробник: Бігун Ярослав Йосипович, завідувач кафедри ПМІТ, д-р фіз.-мат. наук, професор

(П.І.Б. авторів, посада, науковий ступінь, вчене звання)

Погоджено з гарантом ОПП і затверджено на засіданні кафедри ПМІТ

Протокол № 1 від “12” серпня 2024 року

Завідувач кафедри _____ Бігун Я.Й.

(підпис)

(прізвище та ініціали)

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики

Протокол № 1 від “ 12 ” серпня 2024 року

Голова методичної ради факультету
математики та інформатики

(підпис)

Сікора В.С.

(прізвище та ініціали)

1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою дисципліни: забезпечення студентів необхідними теоретичними знаннями і практичними навиками застосування числових методів при розв'язуванні та комп'ютерному моделюванні прикладних задач.

Завданнями вивчення дисципліни є:

- вивчення базових понять комп'ютерної арифметики;
- оволодіння прямими й ітераційними методами розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР);
- числові методи розв'язування нелінійних рівнянь та систем;
- обчислення власних значень і власних векторів матриці;
- наближення функцій;
- числове інтегрування та диференціювання;
- числові методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь;
- числові методи розв'язування крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь;
- різницеві схеми числового розв'язання мішаних задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними.

2. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

В результаті вивчення дисципліни студент має набути таких **компетентностей:**

знати: елементи комп'ютерної арифметики, методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь, нелінійних рівнянь і систем, обчислення власних значень і власних векторів матриці. інтерполювання і наближення функцій сплайнами, середньоквадратичні наближення, методи числового диференціювання й інтегрування, однокрокові й багатокрокові методи розв'язування звичайних диференціальних рівнянь з початковими умовами, числове інтегрування жорстких задач, числові методи розв'язування двоточкових лінійних та нелінійних крайових задач, лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними.

вміти: вибирати, модифікувати та застосовувати числові методи для розв'язування математичних задач, будувати для них обчислювальні алгоритми, аналізувати точність обчислювальних алгоритмів та досліджувати на стійкість, здійснювати програмну реалізацію числових методів та застосовуючи комп'ютерні системи, проводити аналіз одержаних результатів.

Знання, які студент отримає в результаті вивчення даної дисципліни, відіграватимуть важливу роль у процесі його професійного формування та зростання.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньо-професійної програми, формуються такі **загальні компетентності**:

ЗК01. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК10. Навички у використанні інформаційних і комунікаційних технологій.

ЗК12. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Фахові компетентності:

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК06. Здатність розв'язувати професійні задачі за допомогою комп'ютерної техніки, комп'ютерних мереж та Інтернету, в середовищі сучасних операційних систем, з використанням стандартних офісних додатків.

ФК08. Здатність використовувати сучасні технології програмування та тестування програмного забезпечення.

ФК12. Здатність до пошуку, систематичного вивчення та аналізу науково-технічної інформації, вітчизняного й закордонного досвіду, пов'язаного із застосуванням математичних методів для дослідження різноманітних процесів, явищ та систем.

Отримуються такі програмні результати навчання:

ПРН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

ПРН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формулювати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

ПРН05. Уміти розробляти та використовувати на практиці алгоритми, пов'язані з апроксимацією функціональних залежностей, чисельним диференціюванням та інтегруванням, розв'язанням систем алгебраїчних, диференціальних та інтегральних рівнянь, розв'язанням крайових задач, пошуком оптимальних рішень.

ПРН07. Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.

ПРН09. Будувати ефективні щодо точності обчислень, стійкості, швидкодії та витрат системних ресурсів алгоритми для чисельного дослідження математичних моделей та розв'язання практичних задач.

ПРН11. Вміти застосовувати сучасні технології програмування та розроблення програмного забезпечення, програмної реалізації чисельних і символічних

алгоритмів.

ПРН13. Використовувати в практичній роботі спеціалізовані програмні продукти та програмні системи комп'ютерної математики.

ПРН 21. Досліджувати математичні моделі процесів якісними й аналітичними методами, застосовувати програмне забезпечення для їх комп'ютерного моделювання.

3. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

3.1. Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	3	5-6	8	270	60	-	-	60	150	-	Залік/екзамен
Заочна	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

3.2. Дидактична карта навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	денна форма						Заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Змістовний модуль 1. Теорія похибок та комп'ютерна арифметика													
Тема 1. Елементи теорії похибок	7	2				5							
Тема 2. Особливості комп'ютерної арифметики	12	2		4		6							
Разом за змістовним модулем 1	19	4		4		11							
Змістовний модуль 2. Числові методи розв'язування СЛАР													
Тема 3. Прямі методи розв'язування СЛАР	17	4		6		7							
Тема 4. Обумовленість СЛАР	9	2		0		7							
Тема 5. Ітераційні методи розв'язування СЛАР	14	4		4		6							
Тема 6. Методи розв'язування повної і частинної проблеми	11	3		2		6							

власних значень та власних векторів													
Разом за змістовним модулем 2	51	13		12		26							
Змістовний модуль 3. Числові методи розв'язування нелінійних рівнянь і систем													
Тема 7. Ітераційні методи розв'язування нелінійних рівнянь	18	4		4		10							
Тема 8. Ітераційні методи розв'язування систем нелінійних рівнянь.	13	3		2		8							
Разом за змістовним модулем 3	31	7		6		18							
Змістовний модуль 4. Наближення функцій													
Тема 9. Інтерполяція функцій однієї змінної	18	4		4		10							
Тема 10. Інтерполяційні лінійні і кубічні сплайни	9	2		2		5							
Тема 11. Середньоквадратичні наближення	9	2		2		5							
Разом за змістовним модулем 4	36	8		8		20							
Усього годин за 1-й семестр	135	30		30		75							
Змістовний модуль 5. Числове диференціювання та інтегрування													
Числове диференціювання	10	2		2		6							
Тема 12. Інтерполяційні квататурні формули та квататурні формули Ньютона-Котесса	17	4		4		9							
Тема 13. Наближене обчислення кратних інтегралів	9	2		2		5							
Разом за змістовним модулем 5	36	8		8		20							
Змістовний модуль 6. Числові методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)													
Тема 14. Однокрокові числові методи Рунге-Кути розв'язування задачі Коші для ЗДР	20	4		6		10							

Тема 15. Багатокрокові різницеві схеми та їх стійкість	20	4		6		10							
Тема 16. Різницеві методи розв'язуван- ня жорстких систем	8	2		0		6							
Разом за змістов- ним модулем 6	48	10		12		26							
Змістовний модуль 7. Числові методи розв'язування двоточкових крайових задач звичайних диференціальних рівнянь													
Тема 17. Зведення розв'язування край- ової задачі до роз- в'язування задачі Коші	6	1		0		5							
Тема 18. Різницеві методи розв'язуван- ня лінійних крайо- вих задач	15	3		4		8							
Тема 19. Різницеві методи розв'язуван- ня нелінійних двото- чкових крайових задач	10	2		2		6							
Разом за змістов- ним модулем 7	31	6		6		19							
Змістовний модуль 8. Числові методи розв'язування мішаних задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними													
Тема 20. Різницеві схеми розв'язуван- ня мішаної задачі для одновимірного параболічного рівняння	8	2		2		4							
Тема 21. Різницеві схеми розв'язування мішаної задачі для рівняння коливання струни	7	2		2		3							
Тема 23. Різницева схема розв'язування задачі Діріхле для рівняння Пуассона	5	2				3							
Разом за змістов- ним модулем 8	20	6		4		10							
Усього годин за 2- й семестр	135	30		30		75							
Усього годин за 1- й і 2-й семестр	270	60		60		150							

3.4. Теоретичний зміст програми навчальної дисципліни

Змістовний модуль 1. Елементи комп'ютерної арифметики та методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь

- 1.1. Абсолютна та відносна похибки. Заокруглення чисел, способи заокруглення. Похибка функції та похибка арифметичних операцій. Особливості комп'ютерної арифметики для систем із плаваючою крапкою.
- 1.2. Метод Гауса та його модифікації. Метод квадратного кореня. Методи прогонки для СЛАР із тридіагональною матрицею. Огляд прямих методів для систем із квадратною матрицею. СЛАР із прямокутною матрицею, поняття про псевдообернену матрицю і псевдорозв'язок.
- 1.3. Міра обумовленості матриці та її властивості. Оцінка похибки розв'язку СЛАР при збуренні правої частини. Регуляризація СЛАР.
- 1.4. Канонічна форма однокрокових ітераційних алгоритмів. Метод простої ітерації та Зейделя, достатня та необхідні і достатня умови збіжності та оцінка похибки методів. Метод релаксації, градієнтні методи.

Змістовний модуль 2. Числові методи розв'язування нелінійних рівнянь та систем та обчислення власних значень і власних векторів матриці

- 2.1. Локалізація коренів нелінійних рівнянь. Швидкість збіжності ітераційних методів. Метод половинного поділу. Метод хорд і парабол. Метод простої ітерації, збіжність і точність.
- 2.2. Метод Ньютона, умови і швидкість збіжності. Модифікації методу Ньютона. Метод січних. Розв'язування систем нелінійних рівнянь ітераційними методами простої ітерації та Ньютона. Нелінійний метод Якобі та Зейделя. Градієнтні методи.
- 2.3. QL та QR алгоритми розв'язання повної проблеми власних значень та власних векторів. Метод поворотів Якобі.
- 2.4. Степеневий метод знаходження найбільшого по модулю власного значення та відповідного власного вектора.

Змістовний модуль 3. Наближення функцій

- 3.1. Інтерполяційний многочлен у формі Лагранжа, оцінка похибки інтерполявання. Поділені різниці та їх властивості. Інтерполяційний многочлен у формі Ньютона.
- 3.2. Лінійні інтерполяційні сплайни, оцінка залишкового члена та збіжність. Кубічні інтерполяційні сплайни: означення, існування та єдність, алгоритм побудови, оцінка похибки.
- 3.3. Середньоквадратичні наближення. Приклади побудови найкращого середньоквадратичного наближення методом найменших квадратів.

Змістовний модуль 4. Числове диференціювання та інтегрування

- 4.1. Формули числового диференціювання для похідних першого і другого порядку. Побудова формул числового диференціювання методом невизначених коефіцієнтів та за допомогою інтерполяційних многочленів. Некоректність операції числового диференціювання.
- 4.2. Постановка задачі числового інтегрування. Інтерполяційні квадратурні формули та їх похибка. Квадратурні формули Ньютона-Котеса. Властивості коефіцієнтів. Проста і складена квадратурні формули трапецій, Сімпсона і Ньютона та їх похибки. Квадратурні формули найвищого алгебраїчного степеня точності.
- 4.3. Наближене обчислення подвійних інтегралів. Метод повторного застосування квадратурних формул. Кубатурні формули найвищого алгебраїчного степеня точності. Метод Монте-Карло обчислення кратних інтегралів. Застосування квадратурних формул для розв'язування інтегральних рівнянь.

Змістовний модуль 5. Числові методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь

- 5.1. Числовий розв'язок задачі Коші. Числові методи, що ґрунтуються на розкладі розв'язку за формулою Тейлора. Явний та неявний методи Ейлера. Загальна схема явних методів Рунге-Кутти. Методи 2–4 порядку та вищих порядків точності. Методи Рунге-Кутти для систем диференціальних рівнянь. Аналіз похибки в однокрокових методах. Правило Рунге.
- 5.2. Багатокрокові методи. Різницеві схеми Адамса. Метод Штермера. Стійкість різницевих схем, область стійкості. Умова коренів.
- 5.3. Поняття про жорсткі системи диференціальних рівнянь та особливості їх числового розв'язування. Чисто неявні різницеві схеми та їх стійкість. Загальна схема неявних методів Рунге-Кутти.

Змістовий модуль 6. Числові методи розв'язування двоточкових крайових задач для ЗДР і мішаних задач для диференціальних рівнянь із частинними похідними

- 6.1. Розв'язування нелінійної та лінійної двоточної крайової задачі зведенням до задач Коші.
- 6.2. Різницева схема для лінійної крайової задачі, похибка апроксимації. Теорема Лакса. Стійкість і збіжність різницевої схеми. Інтегро-інтерполяційний метод побудови різницевих схем для лінійної двоточної крайової задачі.
- 6.3. Різницевої схеми для нелінійної двоточної крайової задачі. Знаходження розв'язку різницевої схеми методом Ньютона. Похибка апроксимації і збіжність різницевої схеми.
- 6.4. Різницеві методи розв'язування мішаних задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними гіперболічного і параболічного типу та задачі Діріхле для рівняння Пуассона.

3.3. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені навчальним планом

3.4. Теми практичних занять

Практичні заняття не передбачені навчальним планом

3.5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Особливості комп'ютерної арифметики	4
2	Прямі та ітераційні методи розв'язування систем лінійних рівнянь	8
3	Власні значення і власні вектори матриці	3
4	Числові методи розв'язування нелінійних рівнянь та систем	8
5	Наближення функцій (інтерполювання, середньоквадратичні наближення)	8
6	Числове інтегрування та диференціювання	8
7	Однокрокові та багатокрокові методи числового розв'язування задачі Коші для ЗДР	12
8	Числові методи розв'язування крайових задач для лінійних і нелінійних ЗДР	6
9	Різницеві методи розв'язування мішаних задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними гіперболічного і параболічного типу.	4
	Разом	60

3.6. Індивідуальні завдання

Не передбачено навчальним планом.

3.7. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи теорії похибок	5
2	Особливості комп'ютерної арифметики	6
3	Прямі методи розв'язування систем лінійних рівнянь	7
4	Обумовленість систем лінійних алгебраїчних рівнянь	7
5	Ітераційні методи розв'язування систем лінійних рівнянь	6
6	Методи розв'язування повної і частинної проблема власних значень та власних векторів	5
7	Ітераційні методи розв'язування нелінійних рівнянь	10
8	Ітераційні методи розв'язування систем нелінійних рівнянь	8
9	Інтерполяційні многочлени Лагранжа та Ньютона	10
10	Інтерполяційні сплайни та середньоквадратичні наближення	10
11	Числове диференціювання	6
12	Інтерполяційні квататурні формули та квадратурні формули Ньютона-Котеса	9
13	Наближене обчислення кратних інтегралів	5
14	Однокрокові методи числового розв'язування задачі Коші для ЗДР	10
15	Багатокрокові методи числового розв'язування задачі Коші для ЗДР	13
16	Різницеві методи розв'язування жорстких систем	10
17	Зведення розв'язування крайової задачі до розв'язування задачі Коші	6
18	Різницеві методи розв'язування лінійних крайових задач	8
19	Числові методи розв'язування нелінійних крайових задач для ЗДР	6
20	Різницеві методи розв'язування лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними	10
	Разом	150

4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного, модульного та підсумкового контролю. Оцінювання здійснюється за програмним матеріалом навчальної дисципліни, засвоєння якого перевіряється пропонованими видами контролю.

Поточний контроль здійснюється під час проведення лабораторних занять і перевірки самостійної роботи студентів, а також під час читання лекцій. Модульний контроль здійснюється за результатами виконаних модульних контрольних робіт та перевірки лабораторних робіт. Завданнями поточного та модульного контролю є перевірка рівня розуміння та засвоєння лекційного

матеріалу, набуття практичних навичок і досвіду виконання індивідуальних і комплексних задач.

Завданням підсумкового контролю (заліку) у першому семестрі та екзамену у другому семестрі є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності успішно розв'язувати поставлені практичні задачі та комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи впродовж навчального семестру оцінюються в ході поточного та модульного контролю на інтервалі оцінок від 0 до 70 балів, а результати підсумкового контролю (екзамену) оцінюються максимум у 30 балів.

Загальна **підсумкова оцінка** з навчальної дисципліни виставляється за загальною сумою балів поточного та модульного контролю

Розподіл балів з навчальної дисципліни Семестр 1

Семестровий контроль														Залік	Всього	
М 1			М 2				М 3			М 4						
T1	T2	Σ	T3	T4	T5	T6	Σ	T7	T8	Σ	T9	T10	T11	Σ		
4	4	8	12	2	10	4	28	8	12	20	6	6	12	24	20	100

T1, T2 ... T11 – теми змістових модулів.

Семестр 2

Семестровий контроль														Екзамен	Всього		
М 5				М 6				М 7				М 8					
T12	T13	T14	Σ	T15	T16	T17	Σ	T18	T19	T20	Σ	T21	T22	T23	Σ		
4	12	6	22	14	10	4	28	2	5	5	12	4	2	2	8	30	100

T12, T13 ... T23 – теми змістових модулів.

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
80-89	B	добре	
70-79	C		
60-69	D		
50-59	E	задовільно	не зараховано з можливістю повторного складання
35-49	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	

5. ЗАСОБИ ОЦІНЮВАННЯ

Засобами оцінювання є:

- поточні опитування;
- тестування;
- модульні контрольні роботи;
- лабораторні роботи;
- індивідуальні завдання.

6. ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

- перевірка виконання домашніх завдань;
- оцінки за усні поточні опитування;
- перевірка письмових модульних контрольних робіт;
- перевірка виконаних лабораторних робіт і проектів;
- перевірка виконаних індивідуальних завдань.

Формою підсумкового контролю у першому семестрі є залік, у другому семестрі – письмовий екзамен із обговоренням й аналізом виконаних у білеті завдань.

7. Рекомендована література

Основна

1. Бігун Я.Й. Числові методи: навч. посібник. Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2019. 436 с.
2. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. К.: Видавнича група ВНУ, 2006. 480 с.
https://drive.google.com/drive/folders/1_A_Qzr5b2v9Y9ZzsPyR_fNDtCmE8klX

Допоміжна

1. Бойко Л.Т. Основи чисельних методів. Дніпропетровськ: ДНУ, 2009. 244 с.
2. Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А. Чисельні методи: Навч. Посібник. Вінниця. ВНАУ, 2020. 322 с.
<http://repository.vsau.org/getfile.php/27703.pdf>
3. Задачин В.М., Конюшенко І.Г. Чисельні методи: навч. посібник. Харків. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. 180 с. http://kist.ntu.edu.ua/textPhD/CHM_Zadachin.pdf
4. Програмування числових методів мовою Python: / А.В. Анісімов, А.Ю. Дорошенко, С.Д. Погорілий, Я.Ю. Дорогий. К.: ВПЦ «Київський університет», 2014. 560 с.
5. Шахно С.М., Дудекевич А.Т., Левицька С.М. Практикум з чисельних методів: навч. посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. 432 с.
6. Gautschi W. Numerical analysis. New York, Berlin, London: Springer Dordrecht Heidelberg, 2012. 588 p.

7. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. Numerical Mathematics. New York, Berlin, London: Springer Dordrecht Heidelberg, 2012. 588 p.
8. Butcher J.C. Numerical methods for ordinary differential equations. John Wiley & Sons Ltd, 2008. 463 p.

8. Інформаційні ресурси

1. Методи Рунге-Кутти порядку 12-14 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL : <http://sce.uhcl.edu/rungekutta/>
2. Комп'ютерна система Mathematica [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL : www.wolfram.com/
3. Сторінка MATLAB на сайті The MathWorks [Електронний ресурс]. – Режим доступу : URL : <http://www.mathworks.com/>