

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Факультет математики та інформатики
Кафедра прикладної математики та інформаційних технологій

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

**Деканка факультету
математики та інформатики**

_____ **Ольга Мартинюк**
“12” серпня 2024 року

РОБОЧА ПРОГРАМА
навчальної дисципліни

_____ **Моделі і методи прикладної математики** _____

(назва навчальної дисципліни)

_____ **Обов’язкова навчальна дисципліна** _____

(вказати: обов’язкова / вибіркова)

Освітньо-професійна програма Технології програмування та комп’ютерне моделювання _____

Спеціальність 113 – Прикладна математика _____

Галузь знань 11 – математика та статистика _____

Рівень вищої освіти другий магістерський _____

Факультет математики та інформатики _____

Мова навчання українська _____

Чернівці 2024 рік

Робоча програма навчальної дисципліни «Моделі і методи прикладної математики» складена відповідно до освітньо-професійної програми **«Технології програмування та комп'ютерне моделювання»**, затвердженої Вченою радою Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, протокол №5 від 25 березня 2024 року

Розробники: Ярослав Бігун,
завідувач кафедри, д-р фіз.-мат. наук, професор

Погоджено з гарантом ОП і затверджено на засіданні кафедри 29 серпня 2024 року

Протокол № 1 від “ 8 ” серпня 2024 року

Завідувач кафедри _____ Ярослав Бігун

Схвалено методичною радою факультету математики та інформатики

Протокол № 1 від “12 ” серпня 2024 року

Голова методичної ради
факультету математики та інформатики _____ Віра Сікора

1. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Метою дисципліни «Моделі і методи прикладної математики» є засвоєння студентами основ теорії і методів динамічних систем та побудова, дослідження і комп'ютерне моделювання природничих процесів у різноманітних галузях.

Завданнями вивчення дисципліни є такі:

- вивчення базових основ динамічних систем;
- дослідження хаотичної поведінки в детермінованих системах;
- дослідження стійкості і біфуркацій у нелінійних системах;
- оволодіння методами паралельного зближення, переслідування за променем та розв'язуючих функцій та їх застосування у конфліктно-керованих процесах;
- вивчення і застосування асимптотичних методів для дослідження збурених коливних систем;
- комп'ютерне моделювання розглянутих моделей.

2. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

У результаті вивчення дисципліни студент має набути таких **компетентностей**:

знати: основні поняття і методи дослідження динамічних систем, побудову і властивості запланованих до розгляду математичних моделей, програмні засоби й інструменти комп'ютерного моделювання математичних моделей та методи їх дослідження;

вміти:

- знаходити стани рівноваги динамічних систем та досліджувати їх стійкість;
- досліджувати біфуркації в однопараметричних системах;
- здійснювати комп'ютерне моделювання хаотичної поведінки в детермінованих системах;
- будувати асимптотичні наближення методом Крилова-Боголюбова для нелінійних регулярно збурених осциляторів;
- застосовувати метод усереднення для дослідження і побудови наближеного розв'язку одно- і багаточастотних систем;
- застосовувати основні методи в задачах «переслідуювач- втікач»;
- робити аргументовані висновки з математичного і комп'ютерного моделювання розглянутих динамічних систем.

Знання, які студент отримає в результаті вивчення даної дисципліни, відіграватимуть важливу роль у процесі його професійного формування та зростання.

Під час вивчення дисципліни, відповідно до освітньо-професійної програми, формуються такі **загальні компетентності**:

ЗК1. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми.

ЗК6. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, інформаційними технологіями та комп'ютерною технікою.

Фахові компетентності:

ФК1. Здатність розв'язувати складні задачі й проблеми, які можуть бути формалізовані. Вміння математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтовування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретації результатів.

ФК2. Здатність проводити наукові дослідження з розроблення нових та адаптацією існуючих математичних та комп'ютерних моделей для дослідження різноманітних процесів, явищ і систем, проводити відповідні експерименти з аналізом одержаних результатів.

ФК4. Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання з аналізом результатів.

ФК6. Здатність до системного мислення, застосування методології системного аналізу для дослідження складних проблем різної природи.

ФК9. Здатність розв'язувати задачі в конфліктних ситуаціях, будувати моделі вибору та прийняття рішень в конфліктно-керованих процесах.

Отримуються в результаті навчання такі **програмні результати навчання**:

ПРН3. Будувати моделі складних систем і вибирати методи їх дослідження, реалізовувати побудовані моделі за допомогою комп'ютерних технологій.

ПРН5. Обґрунтовувати вибір засобів для розв'язання конкретних задач та будувати чисельні схеми за допомогою різницевих апроксимацій та інших числових й аналітичних методів, досліджувати алгоритми й аналізувати результати.

ПРН7. Використовувати методи прийняття рішень у процесах із конфліктом сторін, застосовувати методи моделювання та вирішення конфліктних ситуацій.

3. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

3.1. Загальна інформація

Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість		Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	1	2	5	150	30	-	—	15	105	—	екзамен

3.2. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усьо- го	у тому числі					усьог о	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Теми лекційних занять	Змістовний модуль 1. Вступ у теорію і методи динамічних систем											
Тема 1. Означення, загальні властивості та приклади динамічних систем	9	2	—		—	7	—	—	—	—	—	—
Тема 2. Граничні властивості динамічних систем	10	2	—		—	8	—	—	—	—	—	—
Тема 3. Динаміка одновимірних і дво- вимірних динамічних систем	11	3				8						
Тема 4. Біфуркації в динамічних системах	18	3		3		12						
Разом за змістов- ним модулем 1	48	10		3		35	—	—	—	—	—	—
Теми лекційних занять	Змістовний модуль 2. Детерміновані системи із хаотичною поведінкою											
Тема 5. Біфуркації в моделі Лоренца. Дивний атрактор.	13	3	—	2	—	8	—	—	—	—	—	—

Тема 6. Хаос і фрактали.	15	3		2-		10						
Разом за змістовним модулем 2	28	6	–	4	–	18	–	–	–	–	–	–
Теми лекційних занять	Змістовний модуль 3. Усереднення в регулярно збурених динамічних системах											
Тема 7. Асимптотичний метод Крилова-Боголюбова та його застосування задачам нелінійної механіки	12	4	–	–	–	8	–	–	–	–	–	–
Тема 8. Усереднення в одно- і двочастотних системах із резонансами	12	2	–	2	–	8	–	–	–	–	–	–
Тема 9. Математична модель маятника із віброуючою точкою кріплення	10	2		2		6						
Разом за змістовним модулем 3	34	8		4		22	–	–	–	–	–	–

Теми лекційних занять	Змістовний модуль 4. Конфліктно-керовані динамічні системи											
Тема 10. Математичні моделі гонки озброєнь та конфліктно-керовані процеси переслідування	12	2	–	–	–	10	–	–	–	–	–	–
Тема 11. Метод розв'язуючих функцій та його застосування для задач про протидію і «Хлопчик і крокодил» та прикладу Понтрягіна	28	4		4		20						
Разом за змістовним модулем 4	40	6		4		30	–	–	–	–	–	–
Усього годин	150	30	–	15	–	105	–	–	–	–	–	–

3.3. Теми семінарських занять

Семінарські заняття з даної навчальної дисципліни навчальним планом не передбачені.

3.4. Теми практичних занять

Практичні заняття з даної навчальної дисципліни навчальним планом не передбачені.

3.5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
Змістовний модуль 1. Вступ у теорію і методи динамічних систем		
	Біфуркації у двовимірних динамічних системах	3
Всього годин за змістовим модулем 2		3
Змістовний модуль 2. Детерміновані системи із хаотичною поведінкою		
	Комп'ютерне моделювання динаміки системи Лоренца. Дивний атрактор. Атрактори Ено і Томаса, атрактор «Чотири крила»	4
Всього годин за змістовним модулем 3		4
Змістовний модуль 3. Усереднення в регулярно збурених динамічних системах		
	Математичне моделювання стійкості стану рівноваги маятника із віброуючою точкою кріплення.	4
Всього годин за змістовним модулем 3		4
Змістовний модуль 4. Конфліктно-керовані динамічні системи		
	1. Математичне моделювання гонки озброєнь 2. Комп'ютерне моделювання конфліктних ситуацій методами погонної кривої, паралельного переслідування, постійного кута випередження	4
Всього годин за змістовним модулем 3		4
Разом		15

3.6. Тематика індивідуальних завдань

Індивідуальні завдання пропонуються студентам для виконання в рамках самостійної роботи (оцінка до 10 балів).

1. Метод розв'язуючих функцій для диференціально-різницевого рівняння (8 балів).
2. Програмування диференціальної гри при взаємодії груп втікачів і переслідувачів (1-2 і 2-3) (10 балів).
3. Побудова другого асимптотичного наближень для нелінійного осцилятора із малим параметром (8 балів).
4. Усереднення в одночастотній системі із частотою $\omega = \omega(\tau)$, $\tau = \epsilon t$ (1110 балів).
5. Узагальнені моделі Курамото (8 балів).
6. Біфуркації в моделі Курамото (8 балів).
7. Синхронізація у системі двох осциляторів (10 балів).
8. Узагальнення моделі воєнних дій із врахуванням запізнення у прийнятті рішень сторонами конфлікту (10 балів).
9. Програма реалізації математичної моделі серцебиття (10 балів).
10. Програмна реалізація першого наближення у методі Крилова-Боголюбова (8 балів).

3.7. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
Змістовний модуль 1. Вступ у теорію і методи динамічних систем		
1	Неперервні і дискретні динамічні системи. Стан рівноваги. Дослідження стійкості станів рівноваги. Одновимірні, двовимірні та особливості дослідження динамічних систем розмірності 3.	13
2	Однопараметричні біфуркації в одно- і двовимірних системах. Біфуркація народження циклу. Теорема Хопфа та її застосування для нелінійних осциляторів і моделі Хатчінсона.	22
Всього годин за змістовним модулем 1		35
Змістовний модуль 2. Детерміновані системи із хаотичною поведінкою		
1	Модель і фазовий портрет системи Льєнара. Модель Ван дер Поля і Дуффінга та їх узагальнення. Модель Курамото та її узагальнення.	8
2	Модель Лоренца. Біфуркації в моделі, поява дивного трактора. Атрактори Ено і Томаса, атрактор «Чотири крила»	6
3	Побудова математичної моделі пульсації серця.	4
Всього годин за змістовним модулем 2		18
Змістовний модуль 3. Усереднення в регулярно збурених динамічних системах		
1	Асимптотичні ряди і розклади. Асимптотичний метод Крилова-Боголюбова. Побудова першого і покращеного першого наближення. Зв'язок із методом усереднення.	4
2	Застосування до нелінійного осцилятора Дуффінга і Ван дер Поля.	2
3	Усереднення в багаточастотних системах із резонансом частот. Оцінка похибки методу усереднення.	4
4	Математична модель маятника із вібруючою точкою кріплення. Побудова математичної моделі. Усереднена задача. Стійкість вертикального стану рівноваги.	4
Всього годин за змістовним модулем 3		14
Змістовний модуль 4. Конфліктно-керовані динамічні системи		
1.	Математична модель Річардсона гонки озброєнь. Умови Уникнення збройного конфлікту. Фазовий портрет.	8
2	Предмет дослідження теорії диференціальних ігор. Постановка задачі, стратегії, термінальна множина, критерії якості. Достатні умови закінчення гри за скінченний час.	10
3	Простий рух, умова і контрольний приклад Понтрягіна. Приклад простого руху і гри «хлопчик і крокодил». Обґрунтування паралельного зближення та методу переслідування за променем.	10
Всього годин за змістовним модулем 4		28
Разом		105

Самостійна робота студента полягає в опрацюванні теоретичного матеріалу, більш глибокому та детальному розгляді окремих питань курсу, виконанні домашніх завдань, підготовці до лекційних та контрольних занять, виконання лабораторних робіт і проектів, розв'язуванні робота над індивідуальними завданнями.

Самостійна робота студента полягає в опрацюванні теоретичного матеріалу, більш глибокому та детальному розгляді окремих питань курсу, виконанні домашніх завдань, підготовці до лекційних та контрольних занять, виконання лабораторних робіт і проектів, розв'язуванні робота над індивідуальними завданнями.

4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Оцінювання знань студентів здійснюється на основі результатів поточного, модульного та підсумкового контролю. Оцінювання здійснюється за програмним матеріалом навчальної дисципліни, засвоєння якого перевіряється пропонуваними видами контролю.

Поточний контроль здійснюється під час проведення лабораторних занять і перевірки самостійної роботи студентів, а також під час читання лекцій. Модульний контроль здійснюється за результатами виконаних модульних контрольних робіт та перевірки лабораторних робіт і проектів. Завданнями поточного та модульного контролю є перевірка рівня розуміння та засвоєння лекційного матеріалу, набуття практичних навичок і досвіду виконання індивідуальних і комплексних задач. Максимальна оцінка кожного з індивідуальних завдань складає 10 балів і не більше одного завдання для студента.

Завданням підсумкового контролю (екзамену) є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, здатності успішно розв'язувати поставлені практичні задачі та комплексно використовувати отримані знання.

Оцінювання знань здійснюється за 100-бальною шкалою. Результати роботи впродовж навчального семестру оцінюються в ході поточного та модульного контролю на інтервалі оцінок від 0 до 60 балів, а результати підсумкового контролю (екзамену) оцінюються максимум у 40 балів.

Загальна **підсумкова оцінка** з навчальної дисципліни виставляється за загальною сумою балів поточного та модульного контролю (**порогове значення 34**) і підсумкового контролю (екзамену), (**порогове значення 16**).

Розподіл балів з навчальної дисципліни

Поточний та модульний контроль											Екзамен	Сума
Змістовний модуль 1				Змістовний модуль 2		Змістовний модуль 3			Змістовний модуль 4		40	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11		
4	4	6	6	6	4	5	5	4	6	10		

Загальна підсумкова оцінка з навчальної дисципліни виставляється за загальною сумою балів, набраних студентом, згідно з такою таблицею:

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS	
	Оцінка (бали)	Пояснення за розширеною шкалою
Зараховано	A (90-100)	відмінно
	B (80-89)	дуже добре
	C (70-79)	добре
	D (60-69)	задовільно
	E (50-59)	достатньо
Не зараховано	FX (35-49)	(не зараховано) з можливістю повторного складання
	F (0-34)	(не зараховано) з обов'язковим повторним курсом

5. ЗАСОБИ ОЦІНЮВАННЯ

Засобами оцінювання є такі:

- поточні опитування;
- модульні контрольні роботи;
- лабораторні роботи і проекти;
- індивідуальні завдання;
- підсумковий контролем є екзамен, білет містить 2 теоретичних і 2 практичне завдання.

6. ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

Формами поточного контролю є такі:

- перевірка виконання домашніх завдань;
- оцінки за усні поточні опитування;
- перевірка письмових модульних контрольних робіт;
- перевірка виконаних лабораторних робіт і проектів;
- перевірка виконаних індивідуальних завдань.

Формою підсумкового контролю є письмовий екзамен із обговоренням й аналізом зі студентами виконаних у білеті завдань.

7. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

7.1. Базова (основна)

1. Strogatz S.H. Nonlinear Dynamics and Chaos. New York: Perseus Books Publishing, L.L.C, 1994. 498 p. <http://users.uoa.gr/~pjioannou/nonlin/Strogatz,%20S.%20H.%20-%20Nonlinear%20Dynamics%20And%20Chaos.pdf>
2. Парасюк І.О. Динамічні системи (Dynamical systems). Київ, 2022. 209 с. (англ.) https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2022/11/parasyuk-dynamical_systems-textbook.pdf
3. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. Київ: ВПЦ «Київський університет», 2010. 527 с. <http://www.diffeq.univ.kiev.ua/download/DR.pdf>
4. Швець О.Ю. Динамічні системи. [Електронний ресурс] : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. - 345 с.
5. Самойленко А.М., Петришин Р.І. Математичні аспекти теорії нелінійних коливань. Київ: Наукова думка, 2004. 475 с.

7.2. Допоміжна

6. Chikrii A. A. Control Controlled Processes. Boston: Springer Science and Business media, 1997. 404 p.
7. Капустян О.В., Пічкур В.В., Собчук В.В. Теорія динамічних систем: навч. посіб. Луцьк : Вежа-Друк, 2020. 348 с. https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2023/01/teoriia_dynamichnykh_system_kapustianov_pichkurvv_sobchukvv.pdf
8. Isaacs R. Differential Games: A Mathematical Theory with Applications to Warfare and Pursuit, Control and Optimization. Dover Publications, 1999. 416 p.
9. Бігун Я.Й. Усереднення в багаточастотних системах диференціально-функціональних рівнянь: дис. ... докт. фіз.-мат. наук: 01.01.02 – диференціальні рівняння. Київський нац. ун-т імені Тараса Шевченка. Київ, 2009. 298 с.
10. Бурилко О.А. Колективна динаміка та біфуркації у мережах зв'язаних фазових осциляторів: дис. ... докт. фіз.-мат. наук: 01.01.02 – диференціальні рівняння. Інститут математики НАНУ. Київ, 2020. 462 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: URL : <https://events.imath.kiev.ua/event/122/attachments/9/13/pdf>
11. Hairer E., Norsett S. P., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems. Berlin: Springer-Verlag, 1993. 528 p.
12. Hairer E., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems. Berlin: Springer-Verlag, 1996. 610 p.
13. Бігун Я.Й. Числові методи: навч. посібник. Чернівці: Рута, 2019. 436 с. https://drive.google.com/drive/folders/1_A_Qzr5b2v9Y9ZsPyR_fNDtCmE8klX
14. Маценко В.Г. Математичне моделювання. Чернівці: ЧНУ, 2013. 519 с.
15. Мосора М.А. Аналіз гонки озброєнь між США і КНР за допомогою моделі Річардсона [Електронний ресурс] // Прикарпатський вісник НТШ. Думка. – 2015. № 3. С. 216-224. Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pvntsh_2015_3_25

16. Lorenz Edward N. Deterministic Nonperiodic Flow. J. Atmos. Sci., 1963, 20. P. 130–141.